

Abb. 1. Triäthylamin. Schallabsorption und -geschwindigkeit.
— α/v^2 ; - - - v .

$\alpha_\eta/v^2 = 8\pi^2\eta/3\rho v^3$. (Tab. 1, graphisch interpolierte und gemittelte Werte für η und ρ .)

Temperatur °C	Dichte g/cm³	Viskosität cp	$\alpha_\eta/v^2 \cdot 10^{17}$ cm⁻¹ sec²
-60	0,798	2,00	180
-40	0,784	1,30	140
-20	0,766	0,87	120
0	0,748	0,63	118
+20	0,730	0,46	114

Tab. 1. Triäthylamin. Viskosität, Dichte und α_η/v^2 .

Die Ziffern der letzten Spalte müssen lauten:

18,0; 14,0; 12,0; 11,8; 11,4.

Bemerkungen zu einer Arbeit von H. Harmuth über Unschärferelation und Schrödinger-Gleichung *

Von L. BIERMANN, K. JÖRGENS und A. SCHLÜTER

Max-Planck-Institut für Physik, Göttingen

(Z. Naturforsch. 11 a, 766—767 [1956]; eingegangen am 21. Juli 1956)

HARMUTH versucht, einen Zusammenhang zu begründen zwischen der Stabilitätsbedingung einer Approximation der zeitabhängigen SCHRÖDINGER-Gleichung und der KLEIN-GORDON-Gleichung durch Differenzengleichungen

Die durch die Scherviskosität bedingte Absorption macht — wie man aus Tab. 1 sieht — nur einen unbedeutenden Bruchteil der beobachteten Absorption aus. Letztere scheint im wesentlichen also durch einen Relaxationsprozeß verursacht zu sein, der bei -45°C z. B. eine Relaxationsfrequenz von etwa 4 MHz besitzt.

Wir haben weiterhin auch die Schallabsorption und -geschwindigkeit an flüssigem Diäthylamin gemessen (Abb. 2).

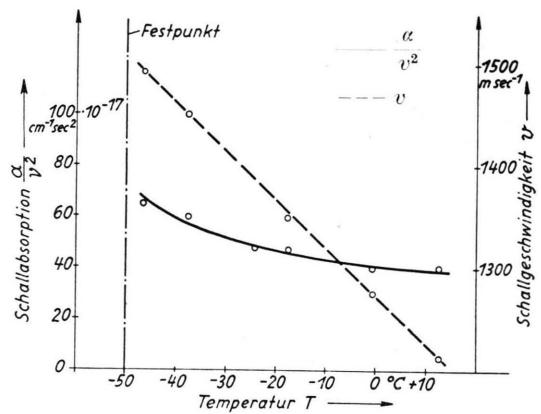


Abb. 2. Diäthylamin. Schallabsorption und -geschwindigkeit.
— α/v^2 ; - - - v ; $v = 12\text{ MHz}$.

Wie man sieht, weist diese Substanz keine Absorption auf, die mit der an Triäthylamin beobachteten vergleichbar wäre. Der schwache Anstieg, den die α/v^2 -Kurve auf der Seite der tieferen Temperatur zeigt, hängt wohl eher mit einer Assoziation des Diäthylamins zusammen, als daß er als Beginn eines ähnlichen α/v^2 -Maximums zu deuten wäre, wie es Triäthylamin besitzt.

Eine Diskussion des bei Triäthylamin vorliegenden Absorptionsprozesses wird erst dann möglich sein, wenn weitere Messungen bei anderen Frequenzen vorliegen. Wir sind mit solchen Untersuchungen beschäftigt. Da eine Absorption der oben beschriebenen Form bei Flüssigkeiten bisher noch nicht beobachtet worden ist, schien es uns wünschenswert zu sein, durch diese Mitteilung darauf aufmerksam zu machen.

und der HEISENBERGSchen Unschärferelation. Es ist ein bekannter Tatbestand, daß Lösungen von Differenzengleichungen in mehreren Veränderlichen mit abnehmenden Maschenweiten auch dann nicht notwendig gegen die Lösung der approximierten Differentialgleichung konvergieren, wenn die Differenzenquotienten einzeln gegen die gewünschten Differentialquotienten konvergieren. Es gibt vielmehr drei Möglichkeiten, die alle für „vernünftige“ Differenzengleichungen vorliegen können:

* H. HARMUTH, Die Unschärferelation in den DIRAC-Gleichungen und in der relativistischen SCHRÖDINGER-Gleichung. Z. Naturforsch. 11 a, 101 [1956].



1. Die Lösung der Differentialgleichung wird *nicht* approximiert, wie immer die Maschenweiten gegen Null streben.

2. Es besteht eine Stabilitätsbedingung, etwa der Form $f(\Delta x, \Delta t) \geq 0$ (für den Fall einer räumlichen Variablen x neben der Zeit t), die während des Grenzüberganges $\Delta x \rightarrow 0, \Delta t \rightarrow 0$ erfüllt sein muß.

3. Die Lösung der Differentialgleichung wird approximiert, wenn die Maschenweiten irgendwie gegen Null gehen.

Der Verf. hat nun offenbar übersehen, daß die Stabilitätsbedingung auch bei gegebener Differentialgleichung entscheidend von der Wahl des benutzten Approximationsverfahrens abhängt, insbesondere davon, ob explizite oder implizite Differenzengleichungen verwandt werden. Im Falle der SCHRÖDINGER-Gleichung führen gewisse (explizite) Verfahren auf eine Stabilitätsbedingung, welche in der Tat dimensionell an die HEISENBERGSche Unschärferelation erinnert; es gibt aber andere (implizite) Verfahren¹, für die der dritte oben genannte Fall vorliegt, deren Lösungen also stets gegen die Lösungen der Differentialgleichung konvergieren². Für die KLEIN-GORDON-Gleichung kann man ebenfalls solche immer stabilen Verfahren^{2, 3} angeben. Im Prinzip besteht natürlich nicht das geringste Hindernis, von einem solchen Verfahren Gebrauch zu machen. Hieraus allein ergibt sich bereits, daß die in Rede stehende Stabilitätsbedingung nichts mit der physikalischen Fragestellung zu tun haben kann.

Darüber hinaus kann man leicht zeigen, daß das vom Verf. angegebene Differenzengleichungssystem für die SCHRÖDINGER-Gleichung [Gl. (6) bis (9) der Arbeit von HARMUTH] stets

¹ Vgl. z. B. ST. H. CRANDALL, J. Ass. Computing Machinery **1**, 111 [1954].

² Zur Frage der Konvergenz vgl. P. D. LAX u. R. D. RICHTMYER, Comm. Pure Appl. Math. **9**, 267 [1956].

instabil ist, also Fall 1 vorliegt, so daß die „Unschärferelation“ (10) kein hinreichendes Stabilitätskriterium darstellt. Der Fehler in der vom Verf. gegebenen Begründung für die Bedingung (10) findet sich in Gl. (I, 1), wo ein Stern weggelassen ist. Dagegen erhält man z. B. bei Verwendung von zentralen Differenzen (statt vorwärts genommener) zur Darstellung der Zeitableitung in der Tat genau Gl. (10) als Stabilitätsbedingung (Fall 2). Für die Differenzengleichung (54), welche die KLEIN-GORDON-Gleichung approximiert, gilt statt des vom Verf. angegebenen Kriteriums (55) die weniger einschränkende COURANT-FRIEDRICH-S-LEWY-Bedingung $c \Delta t \leq \Delta x$.

Des Verf. eigentliches Anliegen ist die Begründung einer sogenannten Differenzenmechanik, die durch eine an Stelle der SCHRÖDINGER-Gleichung tretende Differenzengleichung formuliert wird. Der Verf. behauptet, daß diese Formulierung genau den Sachverhalt bei den prinzipiell nur möglichen Messungen mit endlicher Genauigkeit wiedergibt. Zum Beispiel wird in dieser Theorie die Unschärfe des Impulses durch $\Delta p = m \cdot \Delta x / \Delta t$ definiert, wo Δx und Δt die Maschenweiten des Gitternetzes sind! Zur Begründung beruft sich der Verf. auf das EHRENFEST-sche Theorem, mit dessen Hilfe der Verf. glaubt, das Problem der Meßbarkeit in der Quantenmechanik auf das entsprechende Problem in der klassischen Punktmechanik zurückführen zu können. An dem physikalischen Problem des Zusammenhangs zwischen der ψ -Funktion und den meßbaren Größen, welches bekanntlich von BOHR, HEISENBERG, DIRAC und v. NEUMANN ausführlich diskutiert worden ist (Statistische Interpretation, Transformationstheorie, Reduktion der Wellenpakete; Komplementarität, Unschärferelation), gehen die Ausführungen des Verf. völlig vorbei.

³ Vgl. z. B. G. G. O'BRIEN, M. A. HYMAN u. S. KAPLAN, J. Math. Phys. **29**, 223 [1951].

Zur Supraleitung im ternären System Niob-Stickstoff-Sauerstoff

Von GÜNTHER LAUTZ und ERICH SCHRÖDER

Institut für technische Physik der Technischen Hochschule
Braunschweig

(Z. Naturforsch. **11 a**, 767—768 [1956]; eingegangen am 8. August 1956)

In einer früheren Notiz¹ haben wir über die Supraleitung von sauerstofffreien Niob-Stickstoff-Präparaten berichtet. Die Ergebnisse der magnetischen Übergangsmessungen konnten qualitativ mit dem von BRAUER und JANDER² aufgestellten Phasendiagramm des Systems Nb—N korreliert werden. Da in vielen Fällen bei der Herstellung von Niobnitriden eine geringe Sauerstoffeinlagerung nicht ausgeschlossen werden kann, sind Supraleitungsuntersuchungen am ternären System Nb—N—O nicht ohne Interesse.

¹ G. LAUTZ u. E. SCHRÖDER, Z. Naturforsch. **11 a**, 517 [1956].

² G. BRAUER u. J. JANDER, Z. anorg. allg. Chem. **270**, 160 [1952].

Für die vorliegenden Versuche standen uns in Glasröhren abgeschmolzene Pulver von BRAUER und JANDER* zur Verfügung, deren Kristallgitter sorgfältig analysiert und deren Zusammensetzung chemisch durch eine Niob- und Stickstoffbestimmung von den genannten Autoren ermittelt worden sind². Leider kann bei diesen Substanzen aber nur die Angabe des gesamten Metalloidgehaltes als sehr genau gelten, die Sauerstoffkonzentrationen selbst bleiben unsicher³. Aus diesem Grunde sollen die Verbindungen formal durch $\text{Nb}(\text{N}+\text{O})_x$ gekennzeichnet werden, wobei x den auf Stickstoff bezogenen Metalloidanteil darstellt und das Zeichen O den eventuell sehr kleinen Sauerstoffgehalt andeutet.

An diesen Proben wurde die magnetische Flußverdrängung in Abhängigkeit von der Temperatur ballistisch gemessen. Zur Erzeugung der erforderlichen tiefen Temperaturen dienten bis 5°K eine Desorptions-

* Auch an dieser Stelle möchten wir Herrn Prof. Dr. G. BRAUER für die Überlassung dieser Proben und für wertvolle Hinweise verbindlichst danken.

³ Briefliche Mitteilung von Herrn Prof. BRAUER v. 29. 7. 1956.